Dispense di elaborazione analogica e numerica del segnale sonoro per la musica elettronica.

Modulazione di ampiezza e ad anello

Tecniche analogiche e numeriche

Indice generale

1 Note sul copyright

2 Introduzione

La modulazione di ampiezza (AM - *Amplitude Modulation*) è una tecnica di elaborazione del segnale che deriva dalle radiotrasmissioni e da alcune tecniche di misura nel campo della elettronica analogica, e che a queste deve gran parte della sua terminologia.

In campo strettamente musicale, l'applicazione di inviluppi - che hanno come scopo una relativamente lenta modulazione dell'intensità del suono - sono un esempio di modulazione di ampiezza, così come il tremolo e la messa di voce.

Il vibrato è invece un'oscillazione ritmica (pochi Hz) dell'altezza (pitch), mentre il *flutter* è uno sbandamento involontario casuale dell'altezza, pilotato da un rumore con uno spettro colorato da un'enfasi centrata attorno a pochi Hz.

Spesso, se non sempre, nell'emissione della voce o nella pratica strumentale, tutte e tre le tecniche qui citate (tremolo, vibrato e messa di voce) sono applicate assieme, in diversa proporzione tra loro. In questo testo saranno peraltro trattate separatamente, come fenomeni puri.

Un caso particolare è la cosiddetta *modulazione ad anello* (o *ring modulation*), molto utilizzata nei sintetizzatori analogici, e che non è *strictu sensu* una modulazione di ampiezza. Pertanto la terminologia usuale normalmente utilizzata in proposito è fuorviante, come sarà chiarificato nel capitolo apposito.

3 Definizione

Si ha modulazione di ampiezza quando un segnale - detto *modulante* - viene utilizzato per modificare l'ampiezza di un secondo segnale, detto *modulato* (oppure, nel caso delle radiotrasmissioni, *segnale portante,* o più spesso al femminile: *"la portante" intendendo "la sinusoide portante"* o *"onda portante").*

$$s_{AM}(t)=s_m(t)\cdot s_p(t) \qquad 1$$

L'operazione implicita è il prodotto, e $s_m(t)$ può essere pensato come un guadagno variabile nel tempo.

Nelle radiotrasmissioni il segnale modulante è il segnale audio, mentre il segnale portante è un segnale elettromagnetico sinusoidale puro a radiofrequenza. Nel caso delle Onde Medie, la sua frequenza si trova attorno al MegaHertz (Mhz).

Il motivo del termine “portante” - come si vedrà più precisamene nel seguito - sta nella circostanza che così operando si affida il segnale audio, che non potrebbe propagarsi da solo a causa delle sua frequenza troppo bassa, ad un segnale a frequenza più alta, in grado di essere efficacemente trasmesso attraverso un'antenna. Dunque la portante “porta” il segnale audio nelle frequenze radio, rendendolo irradiabile attraverso antenne di dimensioni praticabili[1]. Utilizzando portanti a diverse frequenze, è inoltre possibile trasmettere più canali (stazioni radio) nell'etere permettendo ai ricevitori di separarli l'uno dall'altro. L'operazione che si fa quando si usa la manopola della sintonia di una radio AM in onde medie è proprio quella di “sintonizzarsi” sulla specifica (frequenza della) portante della stazione desiderata. Il ricevitore esegue l'operazione inversa, ovvero la *demodulazione*, *rivelando* il segnale audio contenuto, “celato”, nel segnale a radiofrequenza, e riconducendolo nella banda audio originale.

L'uso della modulazione di ampiezza nella sintesi e nell'elaborazione musicale fa riferimento ad un contesto e ad esigenze completamente diversi. Nel seguito non useremo pertanto - salvo ove sia specificamente appropriato - la terminologia radioelettrica, in particolare il termine *portante*, che risulterebbe del tutto fuorviante. Saranno invece usati i termini *modulante* e *modulato*, anche se - come risulterà chiaro nel seguito - spesso i due ruoli possono essere del tutto intercambiabili. Nelle applicazioni musicali non è generalmente utilizzata l'operazione di demodulazione.

L'uso della terminologia più corretta di *modulante* e *modulato* presenta però un piccolo svantaggio di ordine pratico, già evidente nella 1: le due parole iniziano entrambe con la lettera *m*, e pertanto se usate nei pedici non permettono di distinguere i due segnali. Per questo motivo si continua talvolta ad usare la terminologia radiantistica, per potere utilizzare pedici diversi.

3.1 Segnali specificamente sonori e segnali di controllo

Ricordiamo qui una caratteristica fondamentale, molto rilevante nel seguito, che distingue i segnali sonori (o musicali) dai segnali generici, in particolare dai segnali di controllo.

I segnali sonori sono segnali *a media nulla,* ovvero sono privi di componente continua (o a frequenza zero).

Questa caratteristica specifica deriva dalla ovvia circostanza che i segnali

1 La lunghezza di un'antenna è legata alla lunghezza d'onda della radiazione elettromagnetica che si vuole irradiare o captare. Un valore tipico è $L=\frac{1}{4}\lambda$. Tenendo conto che la velocità della luce c (velocità di propagazione della radiazione elettromagnetica) è pari a $c=3\times 10^{11}\frac{m}{sec}$ e che $\lambda=\frac{c}{\nu}$, una sinusoide a 20 Hz avrebbe una lunghezza d'onda $\lambda_{20\text{Hz}}=1.5\times 10^{6} Km$, ovvero più di un milione di kilometri. A 20 Khz sarebbe “solo” mille volte più piccola, ovvero più di un migliaio di kilometri.

continui non sono assolutamente udibili, perché il nostro sistema uditivo mostra una sensibilità rapidamente decrescete con la frequenza, al di sotto dei 20 Hz, che diviene nulla a 0 Hz.

La caratteristica di non possedere componente continua (di essere quindi simmetrici attorno allo zero) non è necessariamente condivisa con segnali d'altro genere. I segnali di controllo audio (ad esempio, un segnale proveniente da una manopola di guadagno, o un inviluppo) hanno invece in genere una componente continua, perché questa come vedremo ha conseguenze udibili, pur non essendo essa stessa direttamente udibile.

3.2 Tremolo e messa di voce.

Il tremolo è una lenta oscillazione periodica dell'intensità del suono emesso. Per "lenta" si intende qui "a frequenze subaudio", ben al di sotto cioè dei 20 Hz che sono considerati il limite inferiore di udibilità in frequenza. Esso può quindi essere interpretato come un guadagno $G(t)$ (lentamente) oscillante attorno ad un valor medio, applicato al segnale:

$$out(t) = G(t) \cdot input(t)$$

Il segnale $G(t)$ (un segnale "di controllo", non audio) possiede una componente continua, un valore medio, che è il valore dell'ampiezza attorno al quale questa oscilla con lenta periodicità.

Possiamo esplicitare questa circostanza mettendo in evidenza questa componente continua:

$$G(t) = G_0 + \Delta G(t)$$

dove $\Delta G(t)$ è un segnale a media nulla. G_0 è tale che $G(t)$ non cambia mai di segno: possiamo immaginarlo come sempre positivo. Nel caso specifico del tremolo, non raggiunge neanche mai il valore zero, perché in questa circostanza il suono risulterebbe interrotto.

Frequenze tipiche per il tremolo sono da 1 a 6 Hz. In modo del tutto analogo alle trasmissioni radioelettriche AM, una oscillazione altrimenti inaudibile viene resa udibile (viene "portata" nel campo udibile) con una modulazione di ampiezza. Noi non la percepiamo come un segnale a sé stante, ma come *variazione* dell'ampiezza di un segnale udibile. Il parallelo è in effetti esatto, e si potrebbe dire che in questo caso il segnale audio è il segnale portante, mentre l'oscillazione subaudio che costituisce il tremolo è il segnale modulante. Continuando nell'analogia, si potrebbe affermare che nelle trasmissioni radio AM il segnale audio modulante "viene percepito" dal radioricevitore come "lenta" (relativamente alla radiofrequenza) oscillazione di ampiezza del segnale portante sul quale il ricevitore è sintonizzato. Compito del ricevitore è *rivelare* questa oscillazione di ampiezza e ritrasformarla nel segnale audio originale. L'operazione di rivelazione e spostamento nella banda originale prende il nome di *demodulazione* (*demodulation*), dato che è l'operazione inversa di una modulazione.

La *messa di voce* (particolarmente usata nella musica barocca al posto del vibrato) è una lenta *variazione* (non periodica) dell'intensità del suono emesso, una sequenza crescendo-diminuendo, con una particolare forma, che si esaurisce nell'arco di pochi secondi[2].

Nei sintetizzatori analogici degli anni '60 i dispositivi tipici utilizzati per eseguire questo tipo di modulazione di ampiezza, consistente nella lenta variazione di ampiezza di un segnale musicale, era effettuato mediante amplificatori controllati in tensione (VCA - *Voltage Controlled Amplifier*), amplificatori dotati di due *ingressi*, uno per il segnale da amplificare, ed un secondo per controllare l'amplificazione, o guadagno *G*:

$$output(t) = G(t) \cdot input(t)$$

Un normale amplificatore esegue la stessa operazione, ma con *G* costante (o variabile manualmente mediante una manopola, come in qualunque impianto HI-FI):

$$output(t) = G \cdot input(t)$$

Nell'operazione che stiamo considerando è dunque implicita una moltiplicazione tra un segnale audio (a media nulla) e un segnale – spesso un segnale di controllo - che generalmente è solo positivo, e quindi è a media non nulla.

3.3 Inviluppi

Variazioni lente (rispetto ai tempi del segnale audio) di ampiezza di un segnale musicale sono generalmente indicate con il termine *inviluppo* (*envelope*), che costituisce un tipico segnale di controllo. Applicando un inviluppo (usandolo per moltiplicarlo con un segnale audio in modo analogo ad un *VCA*), è possibile anche simulare in modo semplificato l'andamento dell'ampiezza di suoni reali, ad esempio di tipo percussivo o da plettro (pianoforte, clavicembalo, chitarra, ecc.), partendo da suoni musicali ad ampiezza costante, ottenuti mediante sintesi o campionamento.

Uno schema tradizionalmente utilizzato per gli inviluppi è lo ADSR (*Attack, Decay, Sustain, Release*), usato per approssimare gli andamenti di ampiezza dei suoni strumentali reali. Questi sono però solo vagamente simili ad un profilo ADSR, e per di più presentano in genere inviluppi diversi per ogni parziale, come messo in luce dai lavori di Risset e Mathews del 1969 [1].

---

2 Giulio Caccini, *Le nuove musiche*: “crescere e scemare della voce”'. Anno 1601-1602 (http://it.wikipedia.org/wiki/Giulio_Caccini)

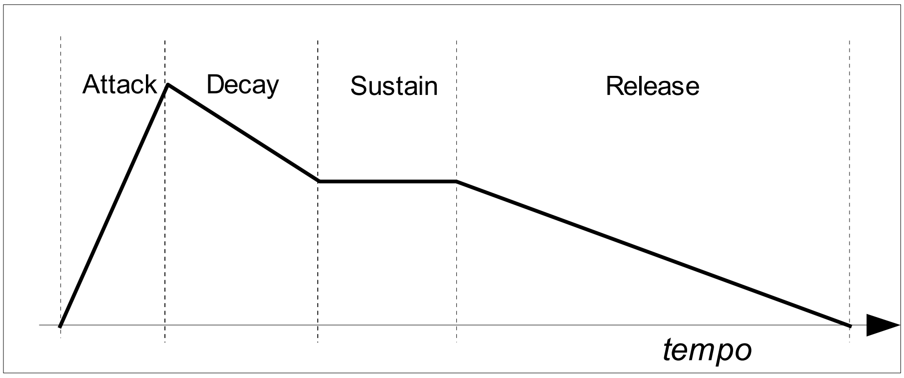

Fig. 1 - Inviluppo ADSR

Sia il tremolo, sia la messa di voce possono essere considerati anch'essi come inviluppi, di tipo non-ADSR.

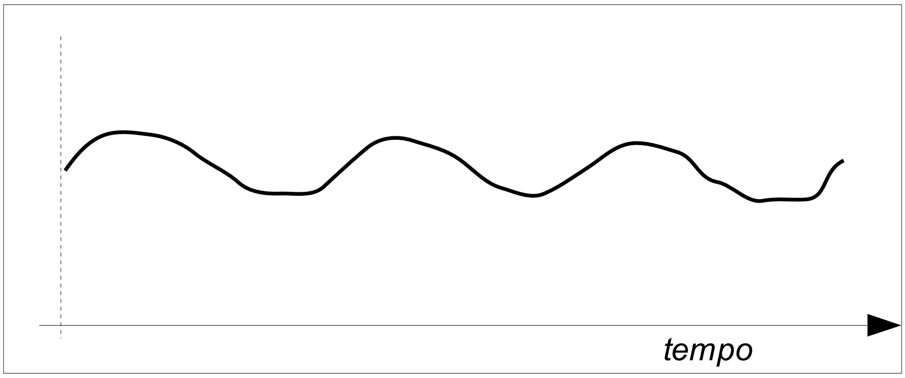

Fig. 2 - Inviluppo per tremolo

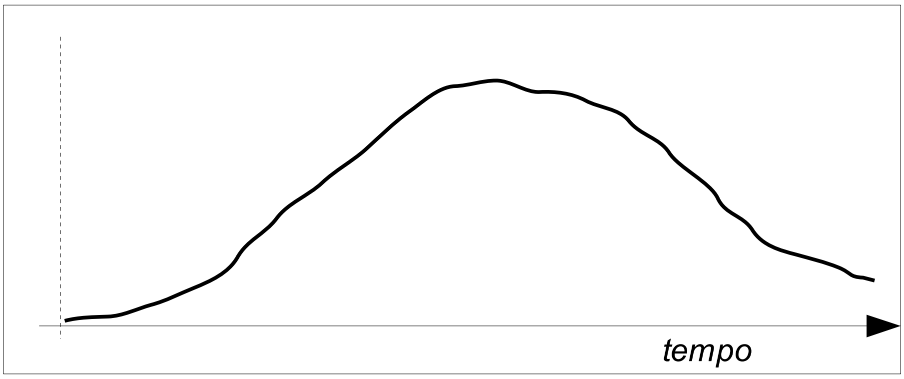

Fig. 3 - Inviluppo per messa di voce

Chiamando $Tr(t)$ l'inviluppo per il tremolo, e $Mv(t)$ quello per la messa di voce, si possono applicare contemporaneamente ad un segnale sommandoli tra di loro prima di applicarli:

$$output(t)=(Tr(t)+Mv(t))\cdot input(t)$$

Si noti che tutti gli inviluppi qui citati non sono segnali audio, in quanto dotati di componente continua. Sono addirittura tutti strettamente positivi. Essi costituiscono dei tipici “segnali di controllo”: specificamente, in grado di controllare l'ampiezza di un segnale, ma senza mai invertirne il segno. Quest'ultima operazione non avrebbe infatti effetti udibili, in quanto il nostro sistema uditivo non è sensibile al segno di un segnale sonoro; percepisce cioè come identici due segnali che siano solo differenti tra loro per il segno opposto.

3.4 Modulazione di Ampiezza generalizzata.

L'operazione implicita nella modulazione di ampiezza, come si è detto, è il *prodotto*. Si ha modulazione di ampiezza quando due segnali vengono moltiplicati l'uno per l'altro.

$$s_{out}(t)=s_M(t)\cdot s_P(t) \tag{2}$$

La totale simmetria della 2, che discende dalla commutatività del prodotto, rende evidente la natura extra-matematica, extra formale, della distinzione tra modulante e modulato, la quale è piuttosto affidata a considerazione semantiche, riferentesi cioè al *significato* dei due segnali nel mondo sonoro. A questa che possiamo chiamare *arbitrarietà formale* abbiamo già avuto modo di accennare.

Dal punto di vista degli effetti dell'operazione di modulazione (o moltiplicazione), le cose si presentano diversamente a seconda se si considerino segnali complessi (analitici, o in quadratura) oppure segnali reali.

Nel caso dei segnali complessi sia i segnali di partenza, sia il segnale risultante sono complessi, e il prodotto deve intendersi come prodotto *complesso*[3]. Nel caso dei segnali reali sia i due segnali di partenza, sia quello risultante, sono segnali reali e il prodotto deve intendersi nel senso ordinario.

Nel seguito si intenderà sempre che $s_p(t)$ sia un segnale audio, mentre $s_M(t)$ può esserlo o meno. In effetti è quanto accade con gli inviluppi, come abbiamo visto. Pertanto l'applicazione di un inviluppo è una modulazione di ampiezza. Questa distinzione può condurre ad un'ulteriore distinzione tra portante (un segnale audio) e modulante (un segnale che può non essere audio) basata su di un criterio semantico. Come vedremo, però, la circostanza che la modulante sia o meno priva di componente continua porta a differenze matematiche che risultano udibili.

3.5 Lo spostamento di frequenza (frequency shift).

La modulazione di ampiezza tra segnali complessi produce uno spostamento di frequenza puro (*frequency shift*): ogni parziale di ciascuno dei due segnali genera, in coppia con ogni parziale dell'altro, una parziale risultante che ha come frequenza la somma algebrica delle frequenze originarie. Va precisato che il fenomeno avviene *per coppie*, e le parziali generate sono dunque in numero pari al prodotto nel numero di parziali dei due segnali di partenza. Ad esempio, moltiplicando un segnale A con N parziali per un segnale B con M parziali, avremo un segnale risultante $C=A\cdot B$ dotato di $K=N\cdot M$ parziali.

Consideriamo qui segnali generici, non necessariamente audio, e quindi esprimeremo per entrambi anche la componente continua.

3 Vedi: Lorenzo Seno, *Richiami di algebra e matematica, e loro nessi con la musica.* http://www.mnt-aq.it/link_matematica_segnale.html

Esprimiamo i due segnali su di periodo di tempo finito T come sommatoria (combinazione lineare) di fasori elementari armonici della frequenza fondamentale $\omega_1 = 2\pi 1/T$ dove $\nu_1 = 1/T$ è la stessa frequenza espressa in Hz.

$$\mathrm{s}(t) = \sum_{n=0}^{\infty} a_n e^{i\cdot(n\omega_1 \cdot t + \varphi_n)} \approx \sum_{n=0}^{N} a_n e^{i\cdot(n\omega_1\cdot t + \varphi_n)}$$

Abbiamo troncato la sommatoria ad un numero finito di termini, tali che $N\omega_1$ risulti una frequenza limite dell'udibile (o la frequenza di Nyquist in un sistema campionato, oppure qualunque altra frequenza che si possa sensatamente assumere come limite superiore nello specifico contesto). L'indice 0 esprime l'eventuale componente continua, che è di fatto una componente a frequenza zero.

Per maggiore generalità, possiamo anche evitare di esplicitare le relazioni armoniche tra le componenti spettrali, lasciando indicata solo una generica frequenza dipendente da un indice, in modo da considerare anche altre possibilità di analisi o sintesi del segnale oltre a quella di Fourier "per armoniche":

$$\mathrm{s}(t) \approx \sum_{n=0}^{N} a_n \mathrm{e}^{i\cdot(\omega_n \cdot t + \varphi_n)}$$

La 2 diventa dunque[4]:

$$\mathrm{s}(t) = \sum_{n=0}^{N_M} a_{M_n} \mathrm{e}^{i\cdot(\omega_{M_n}\cdot t + \varphi_{M_n})} \cdot \sum_{n=0}^{N_P} a_{P_n} \mathrm{e}^{i\cdot(\omega_{P_n}\cdot t + \varphi_{P_n})}$$

Esplicitando le sommatorie:

$$\mathrm{s}_{out}(t) = (a_{M_0} + a_{M_1} \mathrm{e}^{i(\omega_{M_1} t + \varphi_{M_1})} + \ldots + a_{M_N} \mathrm{e}^{i(\omega_{M_N} t + \varphi_{M_N})}) \cdot (a_{P_0} + a_{M_1} \mathrm{e}^{i(\omega_{P_1} t + \varphi_{P_1})} + \ldots + a_{P_N} \mathrm{e}^{i(\omega_{P_N} t + \varphi_{P_N})}) \qquad 3$$

Dove a_{M_0} e a_{P_0} sono le componenti continue (termini a frequenza zero).

Eseguendo il calcolo, si vede come si ottenga una sommatoria di termini del tipo:

$$T_{m,n} = a_{M_m} \cdot \mathrm{e}^{i(\omega_{M_m} t + \varphi_{M_m})} \cdot a_{P_n} \cdot \mathrm{e}^{i(\omega_{P_n} t + \varphi_{P_n})}$$

Lo spettro del segnale totale sarà quindi la sovrapposizione (somma) degli spettri dei termini anzidetti. Studiando quindi il termine generico $T_{m,n}$, che non è nient'altro che una modulazione di ampiezza tra due segnali semplici (sinusoidali, fasori), saremo in grado di ricostruire lo spettro complessivo.

Le regole del prodotto di esponenziali, particolarmente semplici, ci forniscono immediatamente una formulazione particolarmente espressiva per il termine generico, nel quale è evidente che si tratta di un termine con frequenza pari alla *somma algebrica* delle frequenze originali (come detto in apertura del paragra-

4 Si noti che i due segnali possono essere espressi in generale con un diverso numero di parziali.

fo):

$$T_{m,n}=a_{M_m}a_{P_n}\mathrm{e}^{i((\omega_{M_m}+\omega_{P_n})t+\varphi_{M_m}+\varphi_{P_n})} \qquad 4$$

Ricordiamo qui un ulteriore modo di guardare al prodotto fra due numeri complessi: interpretandoli come fasori, il prodotto è equivalente ad una rotazione, e il fasore risultante ha come modulo (raggio) il prodotto dei moduli, e come angolo la somma degli angoli (o *fasi*). E' proprio quest'ultima circostanza che ci permette di interpretare il prodotto come una rotazione.

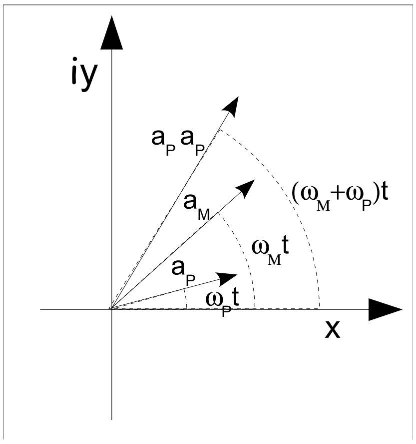

Fig. 4 - Prodotto di fasori come rotazione

Il termine generico è dunque ancora un fasore elementare, *ma con frequenza pari alla somma delle due frequenze*.

Modulando quindi un segnale analitico non semplice con un fasore semplice a frequenza ω_M***, otteniamo uno spostamento di frequenza dello spettro del segnale originale pari proprio a*** ω_M***, il cosiddetto frequency-shift***:

$$\mathrm{s}_{out}(t)=a_M\mathrm{e}^{i(\omega_M t+\varphi_M)}\sum_{n=0}^{N}\mathrm{e}^{i(\omega_n t+\varphi_n)}=a_M\sum_{n=0}^{N}a_n\mathrm{e}^{i((\omega_n+\omega_M)t+\varphi_{¿}n+\varphi_M)}$$

Vale la pena di sottolineare come questo risultato dipenda strettamente dalla circostanza che i segnali con quali si ha a che fare sono segnali analitici (complessi e somme di fasori) e che, come conseguenza, abbiamo utilizzato la moltiplicazione complessa, che nel caso di esponenziali assume un aspetto particolarmente semplice (somma degli esponenti).

A questo ultimo proposito, è facile verificare che se il segnale modulante ha un esponente positivo, lo spostamento di frequenza è verso l'alto. Se l'esponente è negativo, lo spostamento sarà verso il basso. Quindi un segnale modulante del tipo $a_M\mathrm{e}^{i\omega_M t}$ produce un innalzamento di tutte le frequenze del modulato pari a ω_M, mentre uno del tipo $a_M\mathrm{e}^{-i\omega_M t}$ produce un abbassamento di frequenza pari sempre a ω_M. I due termini $a_M\mathrm{e}^{i\omega_M t}$ e $a_M\mathrm{e}^{-i\omega_M t}$ sono complessi coniugati, e pertanto hanno la stessa parte reale, e parte immaginaria di segno opposto:

$$a_M\,\mathrm{e}^{i\omega_M t}=a_M(\cos(\omega_M t)+i\cdot\sin(\omega_M t))\ ;\quad a_M\,\mathrm{e}^{-i\omega_M t}=a_M(\cos(\omega_M\cdot t)-i\sin(\omega_M t))\ .$$

3.6 Significati musicali dello spostamento di frequenza.

Vale la pena di fare notare che lo spostamento di frequenza, ottenuto con la modulazione complessa di frequenza utilizzando una modulante costituita da un fasore semplice di una determinata frequenza, non è equivalente al *trasporto musicale*.

Quest'ultimo infatti presuppone che tutte le relazioni intervallari tra le varie componenti spettrali del suono di partenza restino inalterate. Ora un intervallo musicale è definito da un *rapporto tra frequenze*, non da una *differenza di frequenze*. Un intervallo di ottava, ad esempio, è definito da un rapporto pari a due: la differenza tra due frequenze all'ottava dipende dunque da dove sia collocata la frequenza fondamentale, che è pari proprio (nel caso specifico dell'ottava) a questa differenza.

Per ottenere dunque un *trasporto*, ovvero uno spostamento di intonazione (*pitch shift*, in inglese) non si deve *sommare* una specifica frequenza a quelle delle componenti del segnale, come abbiamo appena fatto, ma le si dovrebbe invece *moltiplicare* per un fattore costante, pari al fattore che definisce l'intervallo desiderato. Ad esempio, per innalzare il suono di un'ottava, si dovrebbero *moltiplicare per due* tutte le frequenze in gioco.

L'uso del condizionale non è casuale perché il trasporto, se si parte da un segnale espresso *tout court* come forma d'onda, non è affatto una operazione così semplice come lo spostamento di frequenze. E' al contrario un problema ancora parzialmente aperto, che è oggetto di studi, ricerche e miglioramenti ancora oggi.

Il trasporto diventa invece immediato quando si disponga del segnale originale una analisi in termini additivi: una specificazione cioè delle frequenze e delle relative ampiezze delle componenti (parziali). Nella resintesi additiva, che si effettua sommando tanti oscillatori sinusoidali, ognuno con l'opportuna frequenza e ampiezza, è facile operare un trasporto: basta moltiplicare le frequenze di analisi per il fattore voluto prima di passarle al banco di oscillatori.

Ora una breve considerazione psicoacustica. Spostando la frequenza di un segnale a spettro armonico, intonato, cosa succede dal punto di vista della percezione musicale?

Facciamo un esempio prendendo il *la* corista, che ha una fondamentale a 440 Hz, e tutto lo spettro delle sue armoniche:

440, 880, 1320, 1760, 2200, ...

Se sommiamo adesso 440 Hz, abbiamo:

880, 1320, 1760, 2200, ...

Ovvero lo stesso spettro "spostato"' di un posto verso l'alto. Si tratta di uno spettro ancora armonico, ma la cui fondamentale (questa volta mancante) è ancora 440 Hz. Abbiamo quindi ottenuto uno spostamento di frequenza ma ad intonazione (*pitch*) costante.

Ora proviamo ad immaginare uno spostamento di 220 Hz. Avremo la sequenza di parziali alle frequenze:

660, 1100, 1540, 1980, ...

Come si vede, lo spettro è ancora equispaziato, ancora con passo 440 Hz, ma questa volta è, rispetto alla "presunta" fondamentale a 440 Hz, "fuori posto". Con questo si intende che la frequenza 0[5] non è equispaziata con il pettine.

Come suona uno spettro del genere? La questione di cosa avvenga percettivamente ad un suono formato da un pettine equispaziato ma spostato è aperta.

Anzitutto, dal punto di vista matematico, un pettine equispaziato "fuori posto" non produce un segnale periodico, mentre i segnali periodici sono tutti e soli quelli ottenibili come somma di segnali a frequenze armoniche. Il nostro pettine "fuori posto" non produrrà dunque un suono periodico, cioè *intonato*. Non è, di per sé, neanche riconducibile alla sovrapposizione (somma) di segnali intonati (*accordo*).

Dal punto di vista percettivo, piccoli spostamenti sembrano modificare l'intonazione seguendo lo spostamento applicato; spostamenti più grandi danno luogo talvolta a sensazioni "accordali", come se il suono reale generato interferisse con quello virtuale non spostato. Proviamo ad esempio a calcolare i rapporti tra le frequenze generate e quelle originali, e quindi i relativi intervalli musicali:

Indice di armonica:	1	2	3	4	5	6	7	8	...
Frequenze originali:	440	880	1320	1760	2200	2640	3080	3520	...
Frequenze spostate:	660	1100	1540	1980	2420	2860	3300	3740	...
Rapporto:	1,5	1,25	1,17	1,13	1,1	1,08	1,07	1,06	...
Intervallo in semitoni:	7,02	3,86	2,67	2,04	1,65	1,39	1,19	1,05	...

Come si vede, gli intervalli sono variabili, iniziando da una quinta appena un po' "larga" (7,02 semitoni), passando per una terza maggiore stretta (3,86), una terza minore "stretta" (2,67), per scendere gradatamente fino all'unisono (che è la tendenza verso destra della tabella), passando per intervalli piccoli (attorno a 1 semitono) e quindi dotati di rugosità. Il suono percepito ha un carattere "accordale" e se le parziali elevate hanno ampiezza sufficiente, diventano percepibili le dissonanze legate alla rugosità che ha un massimo attorno al semitono (che nel nostro caso si raggiunge alla 8ª armonica).

Un'analisi percettiva delle varie possibilità offerte dallo spostamento di frequenza esula dagli scopi presenti, tuttavia è facile immaginare a quale complessità si va incontro considerando le diverse possibilità di relazione tra spettro ori-

5 La frequenza 0 fa parte di ogni spettro armonico, cioè equispaziato e "nel posto giusto".

ginale e spostamento di frequenza. Il carattere potenzialmente “accordale” del suono resta per ogni spostamento che non sia pari ad un multiplo della fondamentale, i quali generano un suono della stessa intonazione di quello originale (con fondamentale, 2ª armonica, ecc. mancanti). Spostamenti verso il basso invece non sono in grado di riprodurre la situazione di un suono con la medesima fondamentale.

L'ampia possibilità di sperimentazione è lasciata al lettore, che potrà così scoprirne le possibilità musicali.

3.7 Realizzazione dello spostamento di frequenza

Ci si può chiedere come si possa realizzare nella pratica lo spostamento di frequenza, che richiede un segnale analitico in ingresso e un prodotto complesso. Da una parte, se il segnale sul quale si vuole effettuare lo spostamento è concreto, esso proviene da un microfono o da una registrazione audio, ed è quindi intrinsecamente reale. Dall'altra, non tutti i sistemi di elaborazione del segnale sono in grado di svolgere direttamente moltiplicazioni complesse, e di generare direttamente fasori complessi.

E' però possibile, a partire da un minimo di risorse esistenti, risolvere il problema.

Ricordiamo anzitutto che un segnale analitico (complesso) altro non è se non una coppia di segnali reali sfasati tra di loro di 90° (in *quadratura*, come si dice nel gergo delle radiotrasmissioni). Se il segnale sul quale si desidera effettuare lo spostamento è di sintesi, è quasi sempre possibile ottenere una copia del segnale sfasata di 90°agendo direttamente sull'algoritmo generatore. Ad esempio, se il segnale proviene da una sintesi additiva, basta utilizzare un doppio banco di oscillatori, uno che genera coseni, e l'altro seni (ovvero, uno che genera cosinusoidi con fase 0, e l'altro con fase -90°).

Se il segnale è concreto bisogna invece produrre la copia sfasata, o direttamente la coppia analitica. Questo è generalmente fattibile con la ***trasformata di Hilbert***, e ogni sistema per l'elaborazione numerica del segnale dovrebbe possedere un modulo del genere. Illustrare qui come lo si possa implementare esula dagli obiettivi del capitolo presente, e si rimanda ai testi specializzati di elaborazione di segnale. Un metodo alternativo, utilizzabile anche nell'elettronica analogica, fa uso di due catene di filtri passa-tutto in modo tale da mantenere uno sfasamento di 90° tra i segnali che transitano nelle due catene. Si rimanda agli appositi capitoli la trattazione di questa tecnica.

La generazione del fasore puro non è un problema, dato che si riduce ad una coppia di oscillatori sfasati di 90° tra di loro.

Resta il problema di effettuare la moltiplicazione complessa, in termini di una operazione che prevede in ingresso due coppie di segnali reali in quadratura.

Anche questo compito è risolubile in termini di una catena di operazioni reali. Infatti, chiamando i due segnali complessi da moltiplicare con A e B, e le rispettive parti reali e immaginarie (la *coppia* di segnale reali) con A_r, A_i, B_r, B_i, abbiamo:

$$A=(A_r+i\,A_i) \quad B=(B_r+i\,B_i)$$

$$C=A\cdot B=(A_r+i\,A_i)\cdot(B_r+i\,B_i)$$

L'espressione a destra altri non è se non il prodotto di due binomi, e quindi:

$$(A_r+i\,A_i)\cdot(B_r+i\,B_i)=A_r\cdot B_r+A_r\cdot i\,B_i+i\,A_i\cdot B_r+i\,A_i\cdot i\,B_i$$

Ricordando che per definizione $i\cdot i=-1$, abbiamo:

$$A_r\cdot B_r+A_r\cdot i\,B_i+i\,A_i\cdot B_r+i\,A_i\cdot i\,B_i=(A_r\cdot B_r-A_i\cdot B_i)+i(A_r\cdot B_i+A_i\cdot B_r)$$

Dove la prima parentesi racchiude la parte reale del prodotto, e la seconda la parte immaginaria.

Il prodotto complesso si riduce quindi a due operazioni distinte sulle parti reali e complesse delle coppie di segnali in ingresso, ognuna delle quali produce rispettivamente la parte reale e quella complessa del segnale prodotto. Da due coppie, otteniamo la coppia-prodotto:

$$C_r=(A_r\cdot B_r-A_i\cdot B_i) \quad C_i=(A_r\cdot B_i+A_i\cdot B_r)$$

In termini di diagramma a flusso di dati:

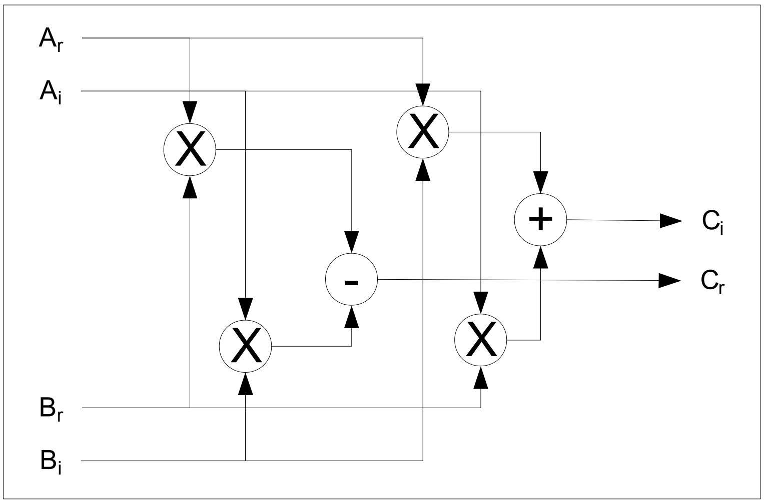

Fig. 5 - Diagramma per l'esecuzione del prodotto complesso

Si noti che se non è necessario procedere ad ulteriori elaborazioni complesse dopo lo spostamento di frequenza, è sufficiente uno solo dei due segnali di C come segnale reale, da inviare alle susseguenti elaborazioni, o al DAC.

3.8 Prodotto tra segnale analitico audio e segnale analitico non audio: la Modulazione di Ampiezza propriamente detta (AM)

Ci si può domandare cosa accada se il segnale modulante analitico non sia audio, ma ad esempio derivante da un controllo, e quindi abbia una componente continua:

$$\mathrm{s}_M(t)=C+\mathrm{e}^{i(\omega_M t-\phi_M)}$$

Il prodotto con un fasore è calcolabile semplicemente:

$$\mathrm{s}_M(t)\cdot s_P(t)=(C+\mathrm{e}^{i(\omega_M t-\phi_M)})\cdot(\mathrm{e}^{i(\omega_P t-\phi_P)})=\mathrm{e}^{i(\omega_M t-\phi_M)}\cdot\mathrm{e}^{i(\omega_P t-\phi_P)}+C\cdot\mathrm{e}^{i(\omega_M t-\phi_M)}$$

Esso è dunque pari ad uno spostamento di frequenza tra le componenti a frequenza non nulla (primo addendo a destra), *più la portante moltiplicata per il valore in continua della modulante* (che funge così da guadagno della portante). *Nel segnale modulato sarà dunque udibile anche la portante*. Otterremo in uscita quello che in gergo è chiamato un segnale “a portante non soppressa”. Si usa invece la dizione “modulazione a portante soppressa” per quella proveniente dal prodotto di due segnali audio, privi cioè di componente continua, perché in queste circostanze la portante (ma nemmeno la modulante) è presente in uscita.

Analizziamo ora nel caso più generale il ruolo delle eventuali componenti continue non solo della modulante, ma eventualmente anche della portante, chiamiamole a_M e a_P. Stiamo trattando il caso generale in cui nessuno dei due segnali sia un segnale audio.

Anzitutto osserviamo che in generale il termine generico contiene fasori con frequenza pari alla somma algebrica delle frequenze dei segnali originali, e che - salvo due eccezioni - le frequenze originali stesse <u>non compaiono</u> nella sommatoria che fornisce il segnale risultante. In generale, dunque - salvo le due eccezioni di cui ci occuperemo qui sotto - i due segnali originali, modulante e modulato, non sono presenti nel segnale risultante.

Se si osserva la 3, e si enucleano solo i contributi dei termini costanti, a frequenza zero, si ha:

$$\begin{aligned}&a_{M_0}(a_{P_1}\mathrm{e}^{i\cdot(\omega_1 t+\varphi_{P_n})}+a_{P_1}\mathrm{e}^{i\cdot(\omega_2 t+\varphi_{P_n})}+\cdots+a_{P_N}\mathrm{e}^{i\cdot(\omega_N t+\varphi_{P_n})})\cdots\\&+a_{P_0}(a_{M_1}\mathrm{e}^{i\cdot(\omega_1 t+\varphi_{M_n})}+a_{M_1}\mathrm{e}^{i\cdot(\omega_2 t+\varphi_{M_n})}+\cdots+a_{P_N}\mathrm{e}^{i\cdot(\omega_N t+\varphi_{M_n})})+a_{M_0}\cdot a_{P_0}\end{aligned}$$

Questi contributi sono pari, in sostanza, a:

$$a_{M_0}\mathrm{s}_P(t)+a_{P_0}\mathrm{s}_M(t)+a_{M_0}a_{P_0}$$

Le componenti continue agiscono dunque rispettivamente come un guadagno per l'altro segnale, e sono quindi responsabili della sua eventuale presenza nel segnale risultante. Inoltre, contribuiscono alla presenza di una componente continua nell'uscita (quando siano tutte e due diverse da zero). Come già fatto notare, c'è una lieve propensione ad utilizzare il termine “modulante” per indicare, tra i due segnali, quello che non sopravvive nel segnale di uscita (tra i due, quindi, quello dotato di componente continua), e “modulato” per indicare quello che invece sopravvive (e quindi privo di componenti continue, quindi *a media nulla*).

A questo proposito, si noti che gli inviluppi di Fig. 1, 2 e 4 sono segnali a media non nulla, quindi dotati di una componente continua. Pertanto, alla luce di quanto detto in questo capitolo, moltiplicandoli per un segnale audio (privo di componenti continue) otterremo un uscita un segnale nel quale il segnale audio (modulato) è presente, mentre il segnale modulante, l'inviluppo, non è presente. Non è difficile notare come questo sia in perfetta sintonia con quanto ci si aspetta, e spieghi esattamente le modalità funzionali dei meccanismi descritti, che hanno come scopo di fare avvertire il segnale modulato, modificandone la sola percezione dell'ampiezza ma lasciandone grosso modo inalterata la sua percezione spettrale.

Questa circostanza è quella che è correntemente definita come Modulazione di Ampiezza in senso stretto (AM), nella quale la portante è presente in uscita, mentre la modulazione effettuata con un prodotto tra segnali a media nulla (ad esempio, due segnali audio) prende il nome di Modulazione di Ampiezza a portante soppressa oppure, in campo musicale “modulazione a prodotto”.

Su questa nomenclatura, per ragioni storiche che saranno chiarite nel capitolo relativo alla modulazione ad anello (*ring modulation*), esiste ancora una certa confusione perché, come vedremo meglio nel seguito, la modulazione a prodotto è speso impropriamente chiamata “modulazione ad anello”.

3.9 Generazione di componenti continue.

Osservando il termine generico 4, si vede anche che, se uno dei due termini contiene una frequenza negativa pari in modulo ad una delle frequenze presenti nell'altro segnale, la modulazione genera una componente continua (<u>una, o più di una, delle frequenze viene spostata sullo zero</u>).

> ***La modulazione di ampiezza è quindi in grado di generare una componente continua anche a partire da segnali che ne sono privi.***

L'effetto della componente continua è quello di spostare il livello medio dei segnali, e quindi di ridurre la dinamica a disposizione. Essa va quindi rimossa prima che produca questo effetto. Nei sistemi analogici deve quindi essere rimossa subito a valle del dispositivo (*modulatore*) nel quale si è generata. Nei sistemi numerici deve essere rimossa prima della conversione finale in analogico (in altre parole, <u>prima del DAC</u>). Più oltre si mostreranno i mezzi a disposizione per eliminarla, sia nei sistemi analogici sia in quelli numerici.

3.10 Segnali reali.

Le cose sono un po' più complicate se si utilizzano segnali reali, e quindi la moltiplicazione deve intendersi nel senso ordinario, tra numeri reali. Vedremo come in questo caso, a differenza della moltiplicazione complessa, si generino *sia frequenze somma sia frequenze differenza*, e quindi la modulazione di ampiezza reale è equivalente a *due* modulazioni complesse.

Il teorema di Fourier si applica anche al caso dei segnali reali, e tutte le considerazioni fatte relativamente ai segnali analitici continuano a valere, con l'unica differenza (e con tutte le relative conseguenze) che in questo caso il termine generico prende una forma diversa:

$$T_{m,n}=a_{M,m}\cos(\omega_{M,m}t+\varphi_{M,m})\cdot a_{P,n}\cos(\omega_{P,n}t+\varphi_{P,n})$$

Se vogliamo, esso è la sola *parte reale* del segnale analitico.

Ora il prodotto di due coseni ha una espressione che può essere ricavata dai due seguenti teoremi della trigonometria (formule di prostaferesi):

$$\cos(a+b)=\cos(a)\cos(b)-\sin(a)\sin(b)$$
$$\cos(a-b)=\cos(a)\cos(b)+\sin(a)\sin(b)$$

dai quali è facile ricavare (semplicemente sommando membro a membro):

$$\cos(a+b)+\cos(a-b)=2\cos(a)\cos(b) \tag{5}$$

Dunque:

$$T_{m,n}=a_{M,m}\cos(\omega_{M,m}t+\varphi_{M,m})\,a_{P,n}\cos(\omega_{P,n}t+\varphi_{P,n})$$
$$T_{m,n}=\frac{1}{2}a_{M,m}a_{P,n}\{\cos((\omega_{M,m}+\omega_{P,n})t+\varphi_{M,m}+\varphi_{P,n})+\cos((\omega_{M,m}+\omega_{P,n})t+\varphi_{M,m}-\varphi_{P,n})\}$$

che si può esprimere in parole dicendo che ***il termine generico dello sviluppo in serie di Fourier del segnale risultante dal prodotto di due segnali contiene i termini somma e differenza delle frequenze (e delle fasi iniziali) dei segnali originali.***

Lo stesso risultato si poteva ottenere senza doversi ricordare le formule di prostaferesi, ricordando semplicemente la formula di Eulero:

$$e^{ia}=\cos(a)+i\sin(a) \qquad e^{-ia}=\cos(a)-i\sin(a)$$

Inoltre, ricordando la definizione di complesso coniugato:

$$A=a+i\cdot b \qquad \bar{A}=a-i\cdot b$$

è facile vedere che:

$\Re(A)=\frac{A+\bar{A}}{2}$ e dunque $\cos(a)=\Re(e^{ia})=\frac{e^{ia}+e^{-ia}}{2}$

e dunque ancora:

$$\cos(a)\cos(b)=\frac{1}{2}(e^{ia}+e^{-ia})\frac{1}{2}(e^{ib}+e^{-ib})=\frac{1}{4}(e^{ia}e^{ib}+e^{ia}e^{-ib}+e^{-ia}e^{ib}+e^{-ia}e^{-ib})=\cdots$$
$$\frac{1}{4}(e^{i(a+b)}+e^{i(a-b)}+e^{i(-a+b)}+e^{-i(a+b)})$$

Nell'ultima espressione è facile riconoscere che $e^{i(a+b)}+e^{i-(a+b)}=2\cos(a+b)$ e $e^{i(-a+b)}+e^{i(a-b)}=2\cos(a-b)$. *Ecco dunque come la presenza delle frequenze somme e differenza derivi dal gioco dei segni alterni degli esponenziali.*

Fig. 6 - Due sinusoidi in ingresso

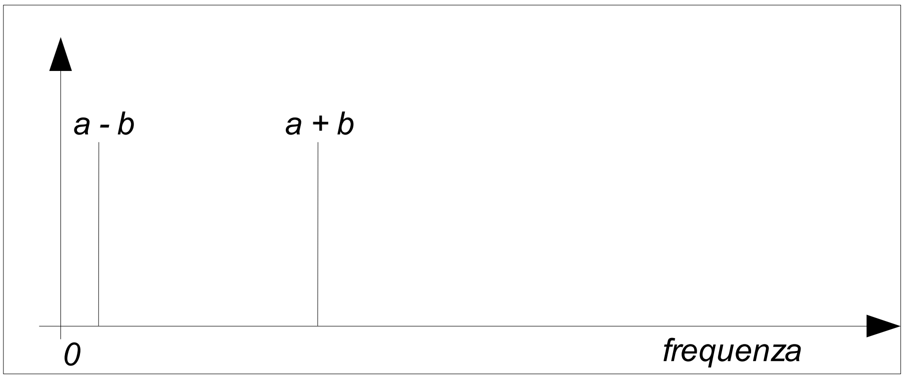

Fig. 7 - Spettro del segnale prodotto delle due sinusoidi

Nelle comunicazioni radio AM, come già detto, la portante è una semplice sinusoide, mentre la modulante è il segnale audio (dotato di tutto il suo spettro). In questo caso, le coppie costituite dai termini somma e differenza prendono la forma di due *bande laterali* (*side band*) centrate attorno alla portante, una immediatamente sopra la portante (*banda destra*), e una immediatamente sotto (*banda sinistra*). Se alla modulante (il segnale audio) è stata aggiunta una componente continua (per sua natura non presente in un segnale audio), nel segnale risultante modulato la portante risulta essere presente. Si parla in questo caso di *modulazione con portante*, e di *modulazione a portante soppressa* in caso contrario. Questa terminologia è utilizzata anche nella modulazione per scopi musicali, anche se nel diverso contesto perde molto del suo significato.

In campo radiantistico si usa anche trasmettere una sola delle due bande: si tratta della *trasmissione a singola banda laterale* (*SSB, Single Side Band*). L'operazione equivale ad un *frequency shift*, che in campo radiantistico si può ottenere in due modi: operando nel campo complesso (come abbiamo potuto vedere), oppure, grazie alla totale separazione di banda tra modulante e portante, generando un segnale con entrambe le bande laterali mediante AM, e poi sopprimendo una delle due mediante filtraggio[6].

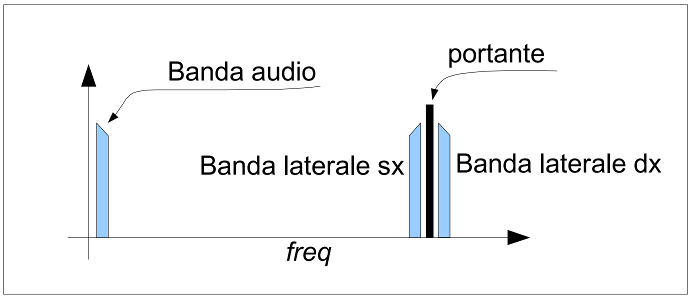

Fig. 8 - Spettro di un segnale AM con portante non soppressa

Si noti che anche (anzi: ancora di più) nella modulazione reale è sempre possibile generare componenti continue, dato che l'operazione di modulazione produce anche frequenze-differenza. Tutte le componenti che siano presenti nei due segnali con la medesima frequenza e con ampiezza non nulla contribuiscono ad “accumulare'” una componente continua nel segnale risultante.

3.11 Uno schema generale per la modulazione di ampiezza (AM) reale

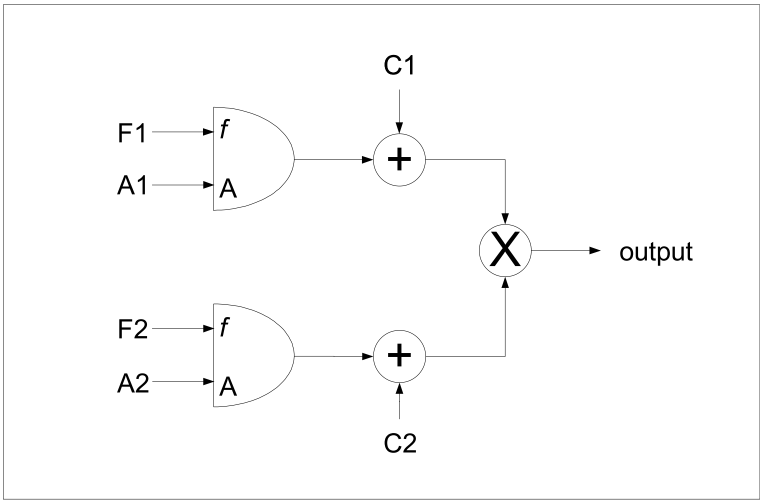

Fig. 9 - Modulazione di ampiezza a due frequenze

La figura mostra uno schema (*patch*) generale per una modulazione a due

6 La trasmissione SSB è stata brevettata negli USA nel 1915, e sperimentata dalla U.S. Navy durante la prima guerra mondiale. Il dispositivo che realizza il *frequency shift* mediante prodotto complesso (risolto in termini di operazioni reali tra segnali sfasati di 90°) si chiama *modulatore di Hartley*, inventato da Ralph Vinton Lyon Hartley nel 1925.

frequenze con “portanti” soppresse o meno, dove per comodità espositiva si sono supposte entrambe le fasi iniziali a zero. L'algoritmo richiede due somme e una moltiplicazione.

$$output(t)=\frac{1}{2}A1\,A2(\cos((\omega_1+\omega_2)t)+\cos((\omega_1-\omega_2)t))+\cdots$$
$$C1\,A2\cos(\omega_2 t)+C2\,A1\cos(\omega_1 t)+C1\,C2$$

Come si vede, dunque, $C1$ controlla la presenza di ω_2 in uscita, e $C2$ quella di ω_1. Questa *patch* non è però la più indicata per governare la presenza delle frequenze originali nel segnale di uscita. Infatti volendo fare emergere sia ω_1 sia ω_2 è inevitabile per questa via produrre in uscita il livello in continua $C1 \cdot C2$. La seguente *patch* ha lo stesso effetto, ma senza la produzione di livelli in continua. Come contropartita, l'algoritmo richiede 3 moltiplicazioni ed una somma.

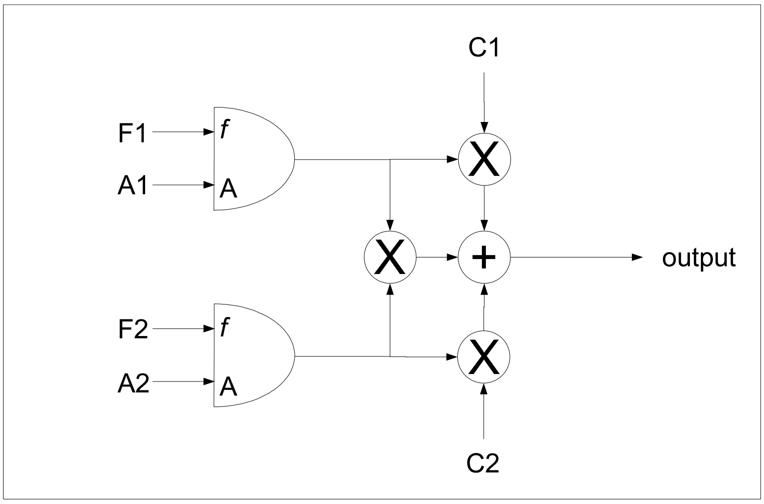

Fig. 10 - Modulazione di ampiezza a due frequenze (variante)

$$output(t)=\frac{1}{2}A1\,A2(\cos((\omega_1+\omega_2)t)+\cos((\omega_1-\omega_2)t))+C2\cos(\omega_2 t)+C1\cos(\omega_1 t)$$

In entrambe le *patch* uno (o anche tutti e due) degli oscillatori può essere sostituito con un segnale più complesso (ottenuto da sintesi, o da elaborazione di un segnale captato da un microfono o proveniente da un file audio). Le considerazioni restano le stesse, ma in caso di segnali a larga banda occorrerà tenere conto dei fenomeni di ribaltamento attorno allo zero, e in quelli a tempo campionato del *fold over* (*aliasing*), come indicato nell'ultimo capitolo.

3.12 Battimenti

Viene detto *battimento* quel fenomeno psicoacustico per il quale due sinusoidi di frequenze vicine vengono percepite come una sinusoide la cui ampiezza varia in modo percepibile.

Il fenomeno percettivo si ancora ad una semplice fenomenologia matematica: possiamo infatti rileggere la (5) nel seguente modo:

$$\cos(a+b)+\cos(a-b)=2\cos(a)\cos(b)$$

$$A=a+b \qquad B=a-b$$

$$a=\frac{A+B}{2} \qquad b=\frac{A-B}{2}$$

$$\cos(A)+\cos(B)=2\cos\left(\frac{A+B}{2}\right)\cos\left(\frac{A-B}{2}\right) \qquad 6$$

In pratica, stiamo rileggendo la modulazione a prodotto in senso inverso.

> ***La somma di due segnali di pari ampiezza a due diverse frequenze può quindi essere sempre interpretata come una modulazione a prodotto: una modulante "a bassa frequenza" pari a metà della differenza delle due frequenze, per una modulata "ad alta frequenza" pari a metà della somma (cioè alla media delle due).***

Viene spontaneo guardare quindi al secondo termine della parte destra della (6) come ad un *inviluppo* (dato che dei due termini è il più lento) anche se a media nulla, e al primo come un segnale "udibile"', se i due segnali originali sono entrambi in banda audio. Se le due frequenze sono molto vicine, l'inviluppo può essere a frequenza molto bassa, e in tal caso è percepibile come una (lenta) variazione periodica dell'ampiezza del modulato. Se la differenza è invece in banda audio, ma lontana da quella della modulante (se cioè A e B non sono troppo lontani tra loro) l'inviluppo non viene più percepito come tale, ma come una "qualità timbrica"'. In particolare, se la differenza di frequenza è vicina al semitono viene percepita *rugosità*, il costituente psicoacustico elementare di quella che in musica è chiamata "dissonanza".

Anche se musicisti e professionisti dell'audio riservano spesso il termine "battimento" ai casi in cui questo è percepibile come variazione di intensità del suono, vale la pena di fare notare come la fenomenologia matematica sia sempre presente indipendentemente dalle frequenze in gioco. In altre discipline infatti il termine "battimento" è usato per indicare il gioco di interferenze tra due (o più) sinusoidi, indipendentemente dalla sua percepibilità.

Vale la pena di fare qui notare che periodicità dell'inviluppo non significa periodicità del segnale risultante[7]. Questa, come noto, non è pari alla differenza di frequenza tra due sinusoidi, ma è determinata dalla riduzione ai minimi termini del rapporto razionale (quando lo sia) tra le due frequenze. Frequenze vicine in rapporti razionali possono dare luogo a periodicità molto lunghe, mentre se sono in rapporto non razionale il segnale risultante è aperiodico. In tutti i casi

7 Si veda Lorenzo Seno, *Analisi e sintesi additiva e di Fourier*, dispensa. In particolare il capitolo omonimo "Battimenti"'

l'inviluppo resta periodico, con periodo pari alla differenza di frequenza.

Quando vi sia però un inviluppo marcato e periodico, il segnale risultante finisce per apparire periodico anche se matematicamente non lo è, neppure in modo approssimativo, segno che in qualche modo il nostro sistema uditivo tende a compiere, in determinate condizioni, un'analisi simile a quella enunciata nella 6.

Infine, vale la pena di osservare che *anche la presenza di due frequenze di ampiezza non uguale può essere ricondotta ad una modulazione a prodotto*: basta pensare di sottrarre alla maggiore delle due (o sommare alla minore delle due) un segnale di ampiezza opportuna alla medesima frequenza per ottenere nuovamente due frequenze di ampiezza uguale (riconducibili alla modulazione a prodotto) sommate ad un segnale ad una delle due frequenze di ampiezza opportuna.

$$A_1\cos(\omega_1 t)+A_2\cos(\omega_2 t)=A_1(\cos(\omega_1 t)+\cos(\omega_2 t))+(A_2-A_1)\cos(\omega_2 t)=\ldots$$
$$2\cos((\omega_1+\omega_2)t)\cdot\cos((\omega_1-\omega_2)t)+(A_2-A_1)\cos(\omega_2 t)$$

4 Modulazione ad anello (Ring modulation).

Una *patch* come quella di figura 9 o 10, quando $C1$ e $C2$ siano 0, è indicata nei testi di musica elettronica come “ring modulation”', termine che è spesso utilizzato come sinonimo di "modulazione di ampiezza a portante (o meglio: modulante e modulato) soppressi". Sul piano della filologia si tratta di un errore di nomenclatura e concettuale, che comporta importanti conseguenze sul piano percettivo (e musicale). Anche in considerazione della circostanza che la modulazione ad anello è stata utilizzata in importanti composizioni contemporanee (una per tutte, *Mantra* di K. Stockhausen), vale dunque la pena di spendere le parole necessarie ad attribuire alla terminologia il suo corretto significato, riconducendola nel suo contesto storico.

Il perché di questa torsione progressiva di significato sarà chiaro nelle conclusioni di questo capitolo.

Per non contribuire tuttavia alla propagazione dell'errore, in queste dispense non si farà mai uso dell'espressione “*modulazione ad anello*” o “*ring modulation*” per riferirsi al prodotto di due segnali a media nulla, ma si riserverà questo termine solo per la modulazione ad anello propriamente detta.

Il *ring modulator* (modulatore ad anello) risale ai primi sintetizzatori elettronici analogici (il Moog, il Buchla, ecc.), dove compariva accanto ai VCO (V*oltage Controlled Oscillator*, Oscillatore controllato in tensione), VCA (*Voltage Controlled Amplifier*, Amplificatore controllato in tensione), VCF (*Voltage Controlled Filter*, Filtro controllato in tensione). Tutti questi dispositivi non sono stati espressamente inventati per la musica elettronica, ma sono stati adottati, prelevandoli da altre applicazioni, nella misura in cui si mostrassero in grado di produrre suoni “interessanti”.

Il *ring modulator* è il cuore di uno strumento di misura straordinario (di natura intrinsecamente analogica e che presumibilmente non potrà mai essere implementato in modo digitale): il "*lock-in amplifier*", o "*amplificatore sincrono*", con il quale è possibile misurare segnali che sono molti ordini di grandezza più piccoli del rumore di fondo. In questa applicazione il dispositivo "*ring modulator*" viene chiamato più propriamente *synchronous demodulator* (demodulatore sincrono) perché questo termine richiama più direttamente la funzione che esso svolge nel *lock-in amplifier*: demodulare un segnale in modo sincrono al segnale modulante. Non ci addentriamo nella illustrazione dei meccanismi di funzionamento del *lock-in amplifier* perché sarebbe fuori luogo, e rimandiamo per questo ad usuali testi e manuali di elettronica.

Ai tempi dei sintetizzatori Moog un modulatore ad anello, o demodulatore sincrono, era implementato come nella figura seguente, utilizzando un ponte di diodi e due trasformatori audio con presa centrale.

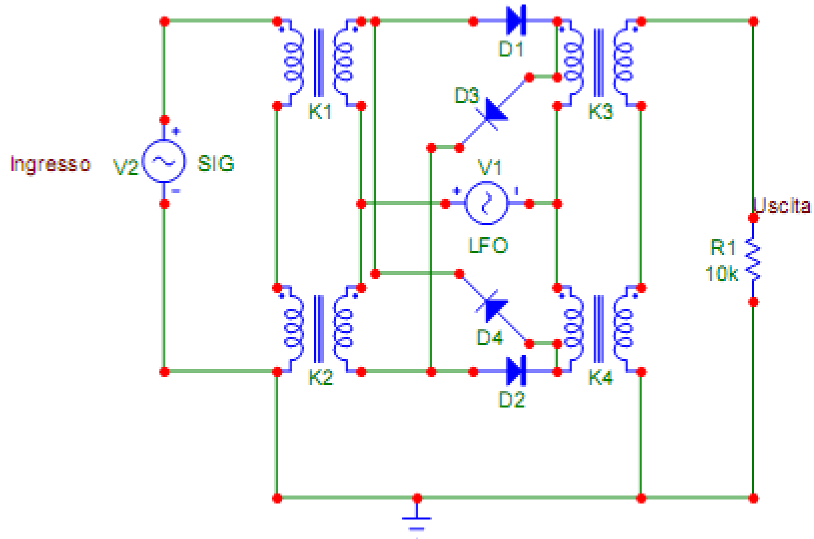

Fig. 11 - Modulatore ad anello a trasformatore

Un dispositivo del genere <u>non esegue il prodotto dei due segnali</u>, ma inverte invece il segno del segnale di ingresso seguendo in modo sincrono il segnale modulante (LFO). Quest'ultimo deve essere piuttosto ampio, in modo da polarizzare correttamente i diodi D1, D2, D3 e D4 che costituiscono un ponte, e di ampiezza ben superiore al segnale d'ingresso. Il dispositivo funziona proprio perché il segnale modulante (in genere un'ampia sinusoide proveniente da un LFO, *Low Frequency Oscillator*) "accende" uno dei due percorsi nel ponte di diodi, "spegnendo" contemporaneamente quello in senso opposto, a seconda del suo segno. La figura che segue mostra il risultato di una simulazione del modulatore ad anello.

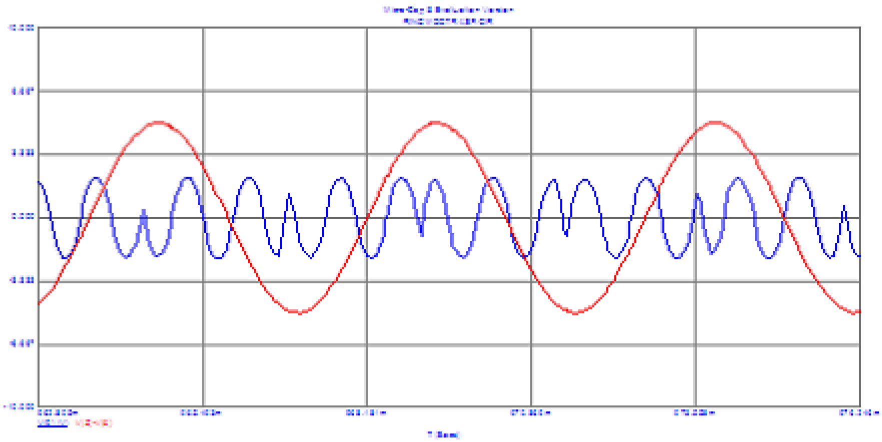

Fig. 12 - Simulazione del circuito di Fig. 11. In rosso lo LFO, in blu l'uscita

Nella figura è presente uno sfasamento di quasi 90° tra la modulante LFO e le evidenti brusche inversioni di polarità dell'uscita, che in assenza di questo sfasamento si produrrebbero esattamente agli attraversamenti dello zero (*zero crossing*) della modulante. Lo sfasamento è dovuto alle caratteristiche del circuito in esame, nel quale compaiono elementi induttivi (trasformatore). A parte questo sfasamento, la periodica inversione di polarità è sincrona alla modulante (da cui anche il nome di (de)modulatore sincrono).

L'operazione sopra descritta può essere “interpretata” approssimativamente come la moltiplicazione del segnale di ingresso per un'onda quadra di ampiezza unitaria. Questa interpretazione ci fornisce anche un modo per “simulare” un modulatore ad anello, e per capirne il funzionamento dal punto di vista delle componenti spettrali. Va ribadito però che questa operazione resta pur sempre una simulazione, non una esatta implementazione, perché il prodotto per un'onda quadra fornisce un segnale proporzionale all'ampiezza di quest'ultima, mentre nel modulatore ad anello l'ampiezza della modulante è ininfluente sull'ampiezza del segnale di uscita (il che non è altro che la conseguenza del fatto che il circuito originale non esegue una moltiplicazione, ma un cambiamento di segno).

Nel modulatore ad anello a trasformatore, se la modulante non ha ampiezza sufficiente, semplicemente il dispositivo non funziona, mentre nel caso della simulazione con moltiplicazione, il dispositivo funzionerebbe sempre, per qualunque ampiezza del segnale modulante. Nella simulazione è pertanto essenziale che l'onda quadra abbia ampiezza unitaria, o almeno costante.

Da quanto detto finora, il segnale proveniente da un modulatore ad anello, rispetto a quello proveniente da un semplice prodotto di segnali (a “portante soppressa”, senza termini continui), è spettralmente molto più ricco. L'onda quadra ha infatti uno spettro armonico (privo dei termini pari), e con ampiezza decrescente come $1/n$, e ognuna delle sue componenti armoniche entra nel gioco delle somme e delle differenze, producendo un numero virtualmente indefinito di componenti in ciascuna banda laterale, una per ogni combinazione di frequenza tra quelle del segnale modulato e quelle dell'onda quadra. Il prodotto per una sinusoide invece genera somme e differenze con un solo termine, quello della frequenza della sinusoide, producendo in ciascuna banda laterale tanti termini quanti sono contenuti nel segnale modulato.

Un'onda quadra di ampiezza unitaria, e di frequenza facilmente regolabile, si può ottenere da un oscillatore sinusoidale.

Nella figura 13 il modulo "*Clipper*" sta per un modulo di saturazione, in grado di fornire in uscita il valore dell'ingresso saturato a ±1. Un altro modo per realizzare questa funzione è quello di utilizzare la funzione segno, che fornisce in uscita appunto ±1 a seconda del segno del suo ingresso. In quest'ultimo caso, l'ampiezza della sinusoide in ingresso è irrilevante, nel primo lo è nella misura in cui è di ampiezza molto superiore ad 1.

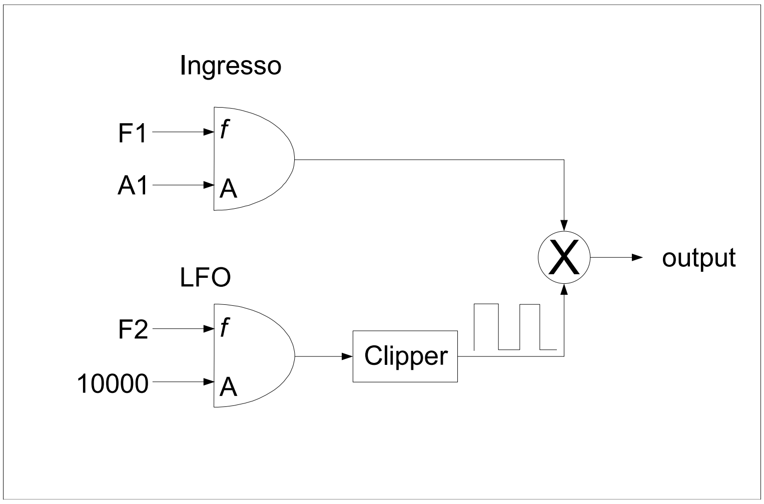

Fig. 13 - Simulazione numerica di modulatore ad anello

Occorre però fare attenzione alla circostanza che un'onda quadra *non è un segnale a banda limitata*, e pertanto il modo di procedere indicato genera *fold over*, che può risultare più o meno significativo a seconda della frequenza del segnale modulante e del modulato. I metodi per ovviare a questo inconveniente (sempre che non se ne voglia fare uso) verranno forniti nel capitolo 5.1.

Nel mondo analogico sono oggi disponibili dei demodulatori sincroni integrati molto più precisi del modello a trasformatore, ad esempio lo AD630 della *Analog Device*. Questi dispositivi, interamente a stato solido, sono basati su principi diversi (elementi attivi) e possono funzionare con segnali modulanti anche di ampiezze ridotte e indipendenti dal segnale di ingresso. La commutazione di segno è inoltre molto più netta e ripida e avviene senza sfasamenti. Un termine alternativo per i moderni modulatori a stato solido è anche quello di *Balanced Modulator-demodulator* (modulatore-demodulatore bilanciato). Questi sono i dispositivi oggi utilizzati come cuore di un *lock-in amplifier*.

Non è inoltre detto che un dispositivo più preciso - mentre lo è sicuramente in applicazioni di misura - costituisca un vantaggio in una applicazione musicale. Il brusco cambiamenti di segno produce infatti delle ripide transizioni di pendenza (cuspidi) che generano componenti a frequenza molto alta, e che possono produrre effetti non graditi dal punto di vista dell'ascolto[8]. Quelle cuspidi sincrone al segnale modulante producono un “ronzio” alla frequenza di quest'ultimo. Nei modulatori degli anni '50 e '60 i trasformatori utilizzati erano sicuramente di origine telefonica, con una banda passante (come in genere un po' tutta l'elettronica dell'epoca), molto ridotta, ben lontana dai 20 kHz tipici di un trasformatore audio di segnale odierno, e probabilmente, non superiore agli 8 KHz, la “banda telefonica”. In quei circuiti vi era quindi un implicito passa-basso che contribuiva a smorzare l'effetto delle transizioni ripide. Con un po' di pazienza, inserendo nel circuito simulato le opportune capacità parassite e le resistenze di avvolgimento, questo effetto potrebbe essere riprodotto (e quantificato) mediante simulazione. L'esercizio è lasciato al lettore.

Passando quindi all'utilizzazione di componentistica moderna, è quindi necessario introdurre esplicitamente un passa basso sull'uscita per riportare la banda ai valori simili a quella che poteva avere nei modulatori “storici”, coevi alla composizione del brano che si intende interpretare.

Ci si può forse a questo punto fornire un'ipotesi di spiegazione per il progressivo slittamento di significato del termine “modulazione ad anello”. Con il progredire della tecnologia il “difetto intrinseco” del modulatore, il “ronzio” dovuto alle cuspidi, è sicuramente emerso progressivamente. Nella *computer music* sicuramente il problema è stato presente fin dall'inizio, a causa della natura perfettamente matematica dell'inversione di segno, con in più l'aggravante del fold over. Si è dunque progressivamente sostituita alla modulante quadra una sinusoide, eseguendo il prodotto (quindi, una modulazione “a portante soppressa”). Negli anni '70 troviamo l'espressione “*product-type ring modulation*” (modulazione ad anello a prodotto) per questo modo di procedere[9]. Oggi è più semplice utilizzare la terminologia “*modulazione a prodotto*”.

La modulazione a prodotto richiede in campo analogico un circuito elettronico analogico che esegua il prodotto tra due segnali, che prende invece il nome di *Analog Multiplier*, ad esempio lo AD532 della *Analog Device*. Nei primi anni 50 dispositivi di questo genere non erano disponibili, e negli anni 70 erano ancora molto costosi, e per questo non hanno mai fatto parte della dotazione tipica dei sintetizzatori analogici dell'epoca.

5 Il ribaltamento attorno allo zero e il *fold over* nella modulazione di ampiezza e in quella ad anello.

La modulazione di ampiezza e quella ad anello, come si è potuto vedere, producono segnali con banda più larga di quelli di partenza. Questo si può dire praticamente di ogni tecnica di modulazione, al punto che forse un modo “natu-

8 Si tratta nient'altro che di un epifenomeno della circostanza che l'onda quadra non ha banda limitata.

9 Nil Parent, *L'interprete creatore II, commenti all'articolo di Vinko Globokar (estratti)* in [5]

rale” di distinguere la modulazione dalla demodulazione (che spesso sono di fatto, formalmente, la stessa operazione) potrebbe consistere nel definire la modulazione come un allargamento di banda, e la demodulazione come un restringimento della stessa.

5.1 Ribaltamento attorno allo zero

Se la banda si allarga verso il basso, esiste la possibilità di generare frequenze negative.

Nel campo complesso il segno della frequenza indica il senso di rotazione del fasore (per convenzione, frequenze positive corrispondono alò senso antiorario, e quelle negative al senso orario). Nel campo dei segnali reali, che sono solo una proiezione di un fasore su di un piano, si perde la possibilità di distinguere l'originario senso di rotazione.

> ***Frequenze positive e negative sono nei segnali reali perciò indistinguibili.***

È facile convincersene da questa semplice relazione trigonometrica, che riguarda la parte reale di un fasore:

$$\cos(a)=\cos(-a) \quad \Rightarrow \quad \cos(-a+b)=\cos(a-b)$$

Dunque:

$$\cos(-\omega t+\phi)=\cos(\omega t-\phi) \qquad 7$$

Stante la genericità della ϕ , la 7 esprime qualsivoglia segnale di forma sinusoidale, ivi compreso il seno ($\phi=-\pi/2$).

> ***Qualunque segnale cosinusoidale di frequenza negativa è indistinguibile da un segnale cosinusoidale avente la stessa frequenza con segno positivo e con fase iniziale cambiata di segno.***

Si parla pertanto in questi casi di *ribaltamento attorno allo zero*. La forma spettrale si “rispecchia” nello zero, invertendo la destra con la sinistra nel riportarsi nel semiasse positivo delle frequenze.

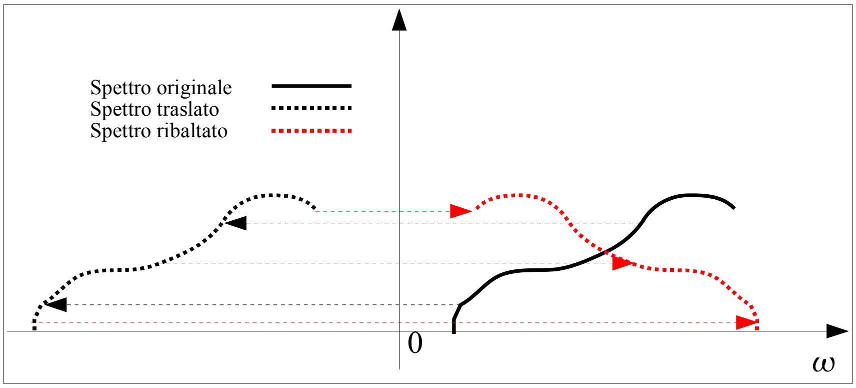

Fig. 14 - Ribaltamento attorno allo zero.

Pertanto ***lo spostamento di frequenza nelle zone negative di spettro "inverte" (rispecchia) lo spettro.***

La modulazione a prodotto e quella ad anello possono produrre frequenze negative che verrebbero ribaltate nel modo indicato. Se i pettini sono armonici, le frequenze ribaltate si trovano nello stesso posto di altre non ribaltate, e le due componenti interferiscono nel modo indicato dalle loro fasi.

5.2 Fold over

L'allargamento della banda verso l'alto nei sistemi analogici ha conseguenze modeste e facilmente rimediabili (come suggerito nel caso della modulazione ad anello, ad esempio). Nei sistemi digitali è però presente il fenomeno del *fold over* (sconosciuto ai sistemi analogici, o meglio *continui*). Il solo tentativo di generare in un sistema numerico un segnale a banda non limitata, come un'onda quadra, genera *fold over*. Anche nel caso di semplice modulazione di ampiezza basta che uno dei due segnali occupi tutta la banda audio per generare in uscita, almeno in linea di principio, del *fold over*. La situazione diventa drammatica nella *ring modulation*, in cui non solo entrambi i segnali sono a banda larga, ma uno dei due (la quadra) è addirittura a banda non limitata.

Utilizzando la modulazione di ampiezza (ma anche, come si vedrà, altre tecniche di modulazione) nei sistemi numerici occorre quindi prendere particolari precauzioni, qualora si desideri evitare il *fold over* (qualora, cioè, non lo si desideri utilizzare a fini espressivi).

La precauzione principale (che sarà oggetto di una trattazione separata) consiste fondamentalmente nell'uso di due dispositivi: il sovracampionamento e il filtraggio.

Non sempre (anzi: quasi mai) nei sistemi software per la musica sono disponibili moduli di sovracampionamento, perché per ragioni di semplicità architetturale e di risparmio di potenza di calcolo il sistema software di calcolo del suono è sincronizzato al dispositivo audio di ingresso-uscita (ingressi e uscite a loro volta sincronizzate tra loro).

Fortunatamente stanno emergendo nuovi standard di campionamento (dovuti al DVD) a 96Khz e a 192 KHz, e come conseguenza molti dispositivi di I/O audio per calcolatori sono oggi in grado di funzionare a questi tassi di campionamento. Frequenze del genere sono paradossalmente del tutto inutili in fase di riproduzione, mentre sono indispensabili per risolvere i problemi di cui andiamo parlando. Il paradosso consiste nella circostanza che questi alti valori si sono affermati nel campo della riproduzione per motivi biecamente commerciali. Ma almeno per questa volta, le cose sono andate bene e ci offrono l'occasione di rovesciare un *nonsense* in una cosa utile e sensata.

Il conto è presto fatto: moltiplicando due segnali con banda di 20 KHz si ottiene un segnale con banda di 40 KHz, il che genera *fold over* in un sistema a 44.100 Hz o a 48 Khz, ma non in uno a 96 KHz o superiore. Il segnale così generato in un sistema a queste frequenze di campionamento non presenta dunque *fold over*, ma solo un banda superiore all'udibile, come avverrebbe in un sistema analogico. Il segnale ottenuto può essere inviato in uscita senza ulteriori filtri, confidando nella natura passa-basso e dell'elettronica analogica susseguente, e dei diffusori, e infine del nostro orecchio. Occorre tenere però presente che la presenza di segnale non utile (fuori banda audio), inviato al DAC, può ridurre inutilmente la dinamica a disposizione. Se poi si desidera utilizzare il segnale così generato per ulteriori modulazioni, in tal caso è obbligatorio limitarlo nuovamente in banda mediante un filtro passa basso prima di utilizzarlo, per evitare un ulteriore allargamento della banda a causa della modulazione.

Nel caso della modulazione ad anello, non c'è frequenza di campionamento che possa contenere un'onda quadra senza *fold over*. Una soluzione (anche se onerosa dal punto di vista del calcolo) può essere quella di generare un'onda quadra limitata in banda mediante sintesi additiva (non c'è ragione di superare i 20 KHz, ma riferendosi alle considerazioni già fatte sulle caratteristiche dell'elettronica d'epoca, anche meno). Questa soluzione rende però difficilmente modulabile la frequenza della quadra mantenendo costante il limite superiore della banda (cosa che invece avviene del tutto naturalmente con un generatore analogico).

Se la frequenza della modulante non deve essere troppo elevata, si può scegliere la frequenza di campionamento alla quale lavorare (96 o 192 Khz) in funzione del tasso di *aliasing* alla frequenza di 20 KHz che si ottiene. Occorre tenere conto infatti che il tasso di *aliasing* ad una certa frequenza sarà tanto inferiore quanto più alta è la frequenza di Nyquist, quanto più cioè questa è lontana dalla fondamentale della quadra. A questo punto si può filtrare con un passabasso a 20 KHz l'uscita del generatore di onda quadra (oscillatore sinusoidale più clipper).

Quanto al filtraggio passa basso, è bene non farsi prendere dalla tentazione di usare i filtri FIR, magari simmetrici, per via della loro "fase lineare". La "fase lineare" <u>non è un vantaggio</u> nella elaborazione del suono per il semplice motivo che introduce una latenza (ritardo) e per di più, dato che un FIR simmetrico esegue un filtraggio non-causale, genera effetti anticipativi. Inoltre, un filtro FIR consuma più potenza di calcolo rispetto ad un equivalente IIR. I filtri che vanno usati sono le catene (*cascade*) di biquad configurati a passa basso. Se servono soppressioni ripide, si possono prendere in considerazione i filtri di Chebyshev, anche se generalmente poco amati dai musicisti per ragioni mitologiche (come il "*ripple*" nel guadagno e la fase ripida).

Le tematiche del *fold over*, oltre a quelle del filtraggio, troveranno posto in appositi capitoli.

6 Eliminazione di componenti continue

Qualora si generino componenti continue (o a frequenze molto basse, subaudio) durante un processo di modulazione e si desideri eliminarle perché verrebbero introdotte in successive operazioni di modulazione con effetti indesiderati, è necessario utilizzare un filtro passa-alto.

Tale filtro è necessario, o almeno fortemente raccomandabile, anche se le componenti continue o a frequenze subadio sono presenti nel segnale da inviare all'uscita (DAC). Non è infatti una buona pratica confidare nell'eliminazione della continua da parte dei circuiti elettronici di accoppiamento a valle della conversione, per gli stessi motivi relativi alle componenti ad alta frequenza, con però un'ulteriore aggravante. Se è infatti poco probabile che il livello in continua non venga arrestato prima di giungere ai diffusori, è però altrettanto vero che se esso non viene eliminato prima di essere inviato al DAC il suo effetto sarà quello di ridurre (inutilmente) la dinamica a disposizione, circostanza che può essere trascurata solo se il livello in continua è molto piccolo rispetto alla dinamica stessa (in pratica, pochi bit in uscita). Il caso non è simmetrico alla eliminazione dei fuori banda alle alte frequenze per due motivi:

- I processi "naturali" sono tutti passa-basso, e quindi i segnali hanno "normalmente"' poca ampiezza ad alta frequenza.
- Il processo di modulazione accentua questa caratteristica, dato che moltiplica due segnali "passa basso". Nel segnale risultante è dunque probabile che la caduta delle alte frequenze sia significativamente più ripida rispetto ai segnali originali.

Anche qui i filtri elettivi per questa operazione sono gli IIR, cascate di biquad configurate a passa-alto. I filtri FIR sono rigorosamente vietati perché per poter risolvere bene le basse frequenze (stiamo parlando di frequenze di taglio dell'ordine di 20 Hz) dovrebbero essere di lunghezza proibitiva, tanto più se si lavora in sovracampionamento.

7 Una nota finale.

Queste provvisorie conclusioni si limitano a fare notare che, a differenza di quanto avviene nella radiofrequenza dove si opera con larghezze di banda percentualmente piccole (40 KHz su 1 MHz), e con modulanti e portanti spettralmente molto distanti, nel campo audio non c'è nessun modo alternativo alla modulazione complessa per ottenere uno spostamento di frequenza puro, valido per un segnale qualsiasi.

Se il segnale modulante e quello portante sono disgiunti nel dominio della frequenza, è in linea di principio possibile operare con una modulazione di ampiezza reale, per poi sopprimere la banda laterale indesiderata mediante filtraggio. Questo è possibile perché le bande laterali a loro volte sarebbero disgiunte nel dominio della frequenza.

Se uno dei due segnali è un segnale audio, e lo spostamento di frequenza desiderato è tale da lasciare il segnale risultante anch'esso in banda audio, le due bande laterali si trovano ad occupare di fatto la stessa porzione di spettro, e quindi nessun filtro sarebbe in grado di separarle.

La modulazione complessa di segnali analitici fa invece tutto questo in modo semplice e diretto: implicitamente sopprime una delle due bande laterali per sottrazione[10].

Questa è solo una delle tante esemplificazioni possibili dei motivi per i quali, in teoria dei segnali, si adotta una rappresentazione complessa, e si ragiona in termini di segnali analitici. I segnali sonori e musicali non fanno, a questo proposito, eccezione.

10 Si tratta ovviamente di una sottrazione puramente formale, rintracciabile solo seguendo i calcoli relativi alla moltiplicazione complessa nel campo reale: si evidenzia che una delle bande laterali viene soppressa perché compare nei calcoli due volte con il segno opposto.

8 Bibliografia

[1] J.C. Risset and M. V. Matthews, *Analysis of musical-instrument tones*, Physics Today, vol. 22, no. 2, pp. 23-30, 1969.

[2] Miller Puckette, *The Theory and Technique of Electronic Music*, pdf Draft.

[3] Lorenzo Seno, *Analisi e sintesi additiva e di Fourier*, dispensa.

[4] Lorenzo Seno, *Richiami di algebra e matematica, e loro nessi con la musica,* dispensa.

[5] Testi scelti e commentati da Henri Pousseur*, La musica elettronica,* prefazione di Luciano Berio, Feltrinelli, Milano 1976.

http://www.mnt-aq.it
Versione: 1.6 del 16 maggio 2009
Testi, formule e figure: OpenOffice
Grafici, calcoli: Scilab
Calcolo simbolico: Maxima